

# 國立臺北科技大學九十七學年度碩士班招生考試

系所組別：3410 資源工程研究所甲組

## 第一節 微分方程 試題

填准考證號碼

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

第一頁 共一頁

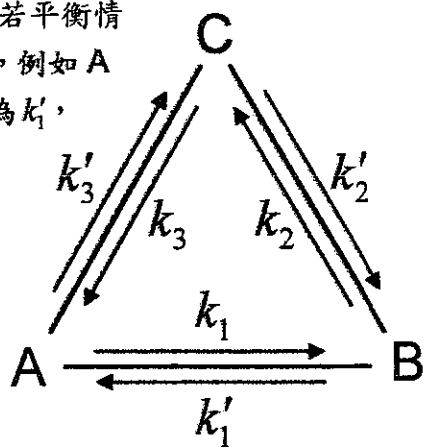
### 注意事項：

1. 本試題共四大題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

一、求解下列常微分方程式之齊性解(homogeneous solution)、特解(particular solution)或通解(general solution)。

1.  $x \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x} + y$ ,  $y(x) = ?$  (10%)
2.  $\frac{d^2y}{dt^2} + 5 \frac{dy}{dt} + 6y = \delta(t-1)$ ,  $y(0) = 0$ ,  $\frac{dy(0)}{dt} = 0$ ,  $\delta(t-1)$  為單位脈衝函數(unit impulse function),  $y(t) = ?$  (10%)
3.  $4x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + (36x^2 - 1)y = 0$ ,  $y(x) = ?$  (15%)

二、某三種化學物質 A、B 及 C 會發生一連串的反應，若平衡情況下，其反應速率與當時的濃度 [A]、[B] 與 [C] 有關，例如 A 變化至 B 的反應速率為  $k_1$ ，B 變化回 A 的反應速率為  $k'_1$ ，餘此類推。假設某種控制條件下，可以令 A 與 C 之間的反應速率以及 C 變化至 B 的反應速率皆趨近於 0，若已知反應起始時間  $t=0$  時， $[A(0)] = A_0$ ，請問 A 的濃度變化至初始濃度的一半所需的時間為何？(20%)



三、某二維的物理現象在邊界條件明確界定下，可用函數  $u$  描述， $u = u(x_1, x_2)$ ， $x_1$  與  $x_2$  為獨立變數。若  $u$  滿足拉普拉斯方程式，而且其解可以變數分離法求解。

1. 若採用卡氏座標系統(Cartesian coordinate)表示，即  $u_{xx} + u_{yy} = 0$ ，請求出  $u(x, y)$  可能的通解。(10%)
2. 若採用極座標系統(Polar coordinate)表示，即  $u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0$ ，請求出  $u(r, \theta)$  可能的通解。(5%)

四、有關無阻尼強制振動問題：

1. 求解  $\frac{d^2y}{dt^2} + \Omega^2 y = \cos \omega t$ ，初始條件： $y(0) = 0$ ， $\frac{dy(0)}{dt} = 0$ 。(10%)
2. 求解  $\frac{d^2y}{dt^2} + \Omega^2 y = \cos \Omega t$ ，初始條件： $y(0) = 0$ ， $\frac{dy(0)}{dt} = 0$ 。(10%)
3. 請繪出前述兩個解的簡圖，並比較兩個解的物理現象。(10%)